

## Planchers courants : Applications

- 1 : Étude d'un panneau dalle soumis à une charge concentrée
- 2 : Étude d'un plancher (dalle + poutres principales + poutres secondaires)
- 3 : Étude d'un plancher soumis à des charges uniformément réparties



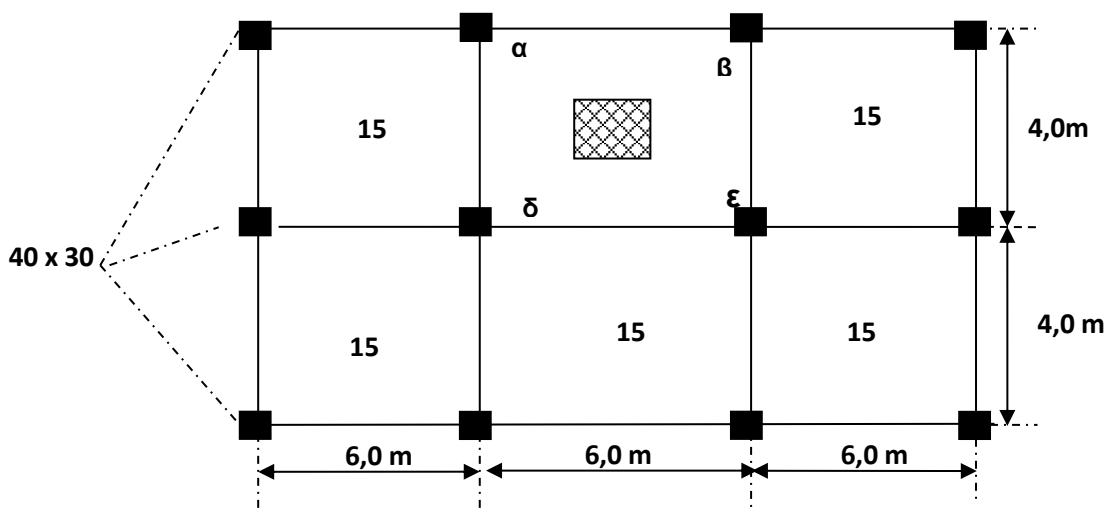
# 1. ÉTUDE D'UN PANNEAU DALLE SOUMIS À UNE CHARGE CONCENTRÉE

## 1.1. Énoncé

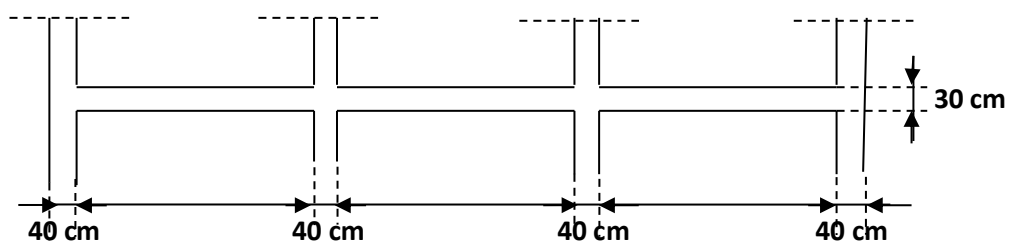
L'ouvrage est un bâtiment industriel composé d'un rez de chaussée, de deux sous-sols et de trois étages (R + 3 + 2SS). Il est fondé sur un sol de bonne résistance, situé dans une zone de forte sismicité (zone III).

## 1.2. Données

### 1.2.1. Dimensions en plan



### 1.2.2. Dimensions des poutres



### 1.2.3. Charges

Les charges à considérer par niveau sont :

- Charges permanentes

$g = 4 \text{ kN/m}^2$  pour un plancher courant

$g = 5,5 \text{ kN/m}^2$  pour la terrasse

- Surcharges d'exploitation

$p = 2 \text{ kN/m}^2$  pour un plancher courant

$p = 1,0 \text{ kN/m}^2$  pour la terrasse

### Matériaux

- $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$
- $f_e = 400 \text{ MPa}$
- $\gamma_b = 25 \text{ kN/m}^3$

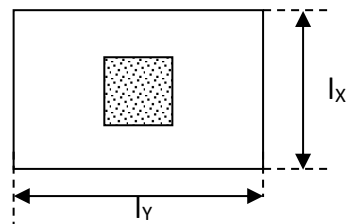
### 1.3. Travail demandé : Étude de la dalle du niveau terrasse

Il s'agit de :

- Déterminer le ferrailage de la dalle du niveau terrasse sachant qu'elle supporte une antenne relais de téléphonie mobile centrée sur un carré de 0,8 m de côté. Cette antenne repose directement sur la dalle en béton. Le poids de l'antenne est estimé à 10 kN.
- Vérifier le pourcentage minimal.
- Dessiner le ferrailage du panneau.

### 1.4. Solution

$$l_y = 6,0 - 0,40 = 5,6 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{l_x}{l_y} = \frac{3,7}{5,6} = 0,66$$
$$l_x = 4,0 - 0,30 = 3,7 \text{ m}$$



#### 1.4.1. Évaluation des moments

$$g = 4 \text{ kN/m}^2$$

$$p = 2 \text{ kN/m}^2$$

$P = 10 \text{ kN}$  sur un carré de 0,80 m de côté

##### 1.4.1.1. Charges ultimes uniformément réparties

$$1,35 g + 1,5 p = 8,4 \text{ kN/m}^2 \quad \rightarrow \quad 8,4 \times 5,6 \times 3,7 = 174,048 \text{ kN/ml}$$

$$g_u = 1,35 (4 \times 5,6 \times 3,7) = 111,888 \text{ kN}$$

$$p_u = 1,5 (2 \times 5,6 \times 3,7) = 62,16 \text{ kN}$$

$$P_u = 1,5 \times 10 = 15 \text{ kN} \quad \rightarrow \text{Surcharge due à l'antenne appliquée sur un carré de 0,80 m de côté}$$

##### 1.4.1.2. Périmètre d'impact de l'antenne

L'antenne repose directement sur la dalle, les côtés du carré d'impact sont donc :

$$u = u_o + h = 0,80 + 0,15 = 0,95 \text{ m}$$

$$v = v_o + h = 0,80 + 0,15 = 0,95 \text{ m}$$

#### 1.4.1.3. Moments dus aux charges uniformément réparties

Pour ce calcul, on peut utiliser l'abaque 1 de Pigeaud.

$$\rho = 0,66 \quad 1/\rho = 1,5 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M_1 = 0,047 \\ M_2 = 0,018 \end{cases}$$

Les moments sont donc :

$$M_x = (0,047 + 0,2 \times 0,018) (111,888 + 62,16) = 8,81 \text{ kNm} \quad \rightarrow M_x = 8,81 \text{ kNm}$$

$$M_y = (0,018 + 0,2 \times 0,047) (111,888 + 62,16) = 4,77 \text{ kNm} \quad \rightarrow M_y = 4,77 \text{ kNm}$$

#### 1.4.1.4. Moments dus à la charge concentrée

$$\frac{u}{a} = \frac{u}{l_x} = \frac{0,95}{3,7} = 0,256$$

$$\frac{v}{b} = \frac{v}{l_y} = \frac{0,95}{5,6} = 0,169$$

Pour  $\rho = 0,66$ , il est possible d'utiliser les abaques 5 ( $\rho = 0,707$ ) et 6 ( $\rho = 0,60$ ) de Pigeaud. En interpolant entre ces deux valeurs, il vient :

$$M_1 = 0,180$$

$$M_2 = 0,125$$

Ce qui donne :

$$M_{Px} = (0,18 + 0,2 \times 0,125) \times 15 = 3,075 \text{ kNm} \quad \rightarrow M_{Px} = 3,075 \text{ kNm}$$

$$M_{Py} = (0,125 + 0,2 \times 0,18) \times 15 = 2,415 \text{ kNm} \quad \rightarrow M_{Py} = 2,415 \text{ kNm}$$

Les moments ultimes maximaux pour un panneau isostatique sont do:

$$M_u(x) = M_0(x) = M_x + M_{Px} = 8,81 + 3,075 = 11,885 \approx 12 \text{ kNm}$$

$$M_u(y) = M_0(y) = M_y + M_{Py} = 4,77 + 2,415 = 7,185 \approx 7 \text{ kNm}$$

En tenant compte de la continuité, on peut adopter les coefficients suivants :

$$\text{En travée} \quad \begin{cases} \text{Sens petite portée : } M_t^x = 0,75 M_0(x) = 0,75 \times 12 = 9 \text{ kNm} \\ \text{Sens grande portée : } M_t^y = 0,75 M_0(y) = 0,75 \times 7 = 5,25 \text{ kNm} \end{cases}$$

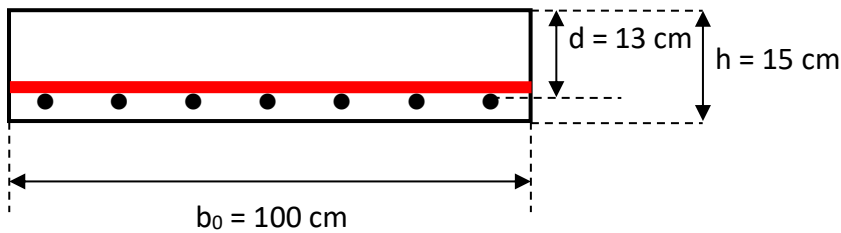
$$\text{Sur appui} \quad \begin{cases} \text{Sens petite portée : } M_a^x = -0,5 M_0(x) = 0,5 \times 12 = 6 \text{ kNm} \\ \text{Sens grande portée : } M_a^y = M_{ax} = -0,5 M_0(x) = 0,5 \times 12 = 6 \text{ kNm} \end{cases}$$

#### 1.4.2. Ferrailage de la dalle

##### 1.4.2.1. Calcul du ferrailage en travée suivant $l_x$ ( $M_t^x = 9 \text{ kNm}$ )

Si on utilise des barres  $\emptyset 12$  pour le ferrailage, la section utile  $h_x$  sera évaluée comme ce qui suit :

$$h_x = 15 - 1,5 - 0,6 = 12,9 \text{ cm} \approx 13 \text{ cm} = d$$



$$\text{Béton : } f_{c28} = 27 \text{ MPa} \rightarrow f_{bu} = \frac{0,85 \times 27}{1,5} = 15,3 \text{ MPa}$$

$$\text{Acier : Fe 40 (type 1)} \rightarrow f_{su} = \frac{400}{1,15} = 347,8 \text{ MPa}$$

$$\mu = \frac{M_t^x}{b_0 h_x^2 f_{bu}} = \frac{9 \times 10^{-3}}{0,13^2 \times 15,3} = 0,0348 < \mu_l \rightarrow A'_{sc} = 0 \text{ (voir annexe 3)}$$

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0348}) = 0,0443$$

$$\alpha = 0,0443 < 0,259 \rightarrow \text{Pivot A}$$

$$A_{sc} = \frac{0,8 \times \alpha \times b \times h_x \times f_{bu}}{f_e / \gamma_s} = \frac{0,8 \times 0,0443 \times 1,0 \times 0,13 \times 15,3}{347,8} = 2,03 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,03 \text{ cm}^2$$

$$A_{sc}^t = 2,03 \text{ cm}^2 \rightarrow 3\emptyset 12/\text{ml}$$

#### Remarque

$$1\emptyset 12 = 1,13 \text{ cm}^2$$

$$\text{Nombre minimal de barres par mètre : } 2,03/1,13 = 1,8$$

$$\text{Espacement maximal : } 100/1,8 = 55,555 \text{ cm}$$

On peut choisir un espacement de 33 cm (Tab. 1.2)

#### 1.4.2.2. Calcul du ferrailage en travée suivant $l_y$ ( $M_t^y = 5,25 \text{ kNm}$ )

Pour les armatures parallèles à  $l_y$ , on utilise des  $\emptyset 10$ . Ce qui nous donne une hauteur utile égale à :

$$h_y = 15 - 1,5 - 1,2 - 0,5 = 11,8 \text{ cm} = d$$

$$\mu = \frac{M_t^y}{b h_y^2 f_{bu}} = \frac{5,25 \times 10^{-3}}{0,118^2 \times 15,3} = 0,0246 < \mu_l \rightarrow A'_{sc} = 0$$

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0246}) = 0,031$$

$$\alpha = 0,031 < 0,259 \rightarrow \text{Pivot A}$$

$$A_{sc}^t = \frac{0,8 \times \alpha \times b \times h_y \times f_{bu}}{f_e / \gamma_s} = \frac{0,8 \times 0,031 \times 1,0 \times 0,118 \times 15,3}{347,8} = 1,29 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 1,29 \text{ cm}^2$$

$$A_{sc}^t = 1,29 \text{ cm}^2 \rightarrow 3\emptyset 10/\text{ml}$$

#### 1.4.2.3. Ferrailage aux appuis

Pour les appuis, on utilise une section  $A_s^a = 3\emptyset 10/\text{ml}$  pour reprendre un moment égal à :

$$M_a^y = M_{ax} = -0,5 M_0(x) = 0,5 \times 12 = 6 \text{ kNm}$$

#### 1.4.2.4. Armatures d'effort tranchant

L'effort tranchant maximal se produit au milieu du grand côté et sa valeur ultime sur une bande de 1,0 m de large est égale à :

$$V_u = \frac{g + p + P}{2l_y + l_x} = \frac{111,888 + 62,16 + 15}{2 \times 5,6 + 3,7} = 12,687 \text{ kN}$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} = \frac{12,687 \times 10^{-3}}{1,0 \times 0,13} = 0,0976 \text{ MPa}$$

On doit avoir :

$$\tau_u \leq 0,05 f_{cj} = 0,05 \times 27 = 1,35 \text{ MPa}$$

La condition est satisfaite, il n'y a donc pas besoin d'armatures d'effort tranchant.

#### 1.4.2.5. Condition de non fragilité

Sachant que  $f_e = 400 \text{ MPa}$  et  $f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} = 0,6 + 0,06 \times 27 = 2,22 \text{ MPa}$ , pour que la condition de non fragilité soit satisfaite, il faut :

$$\rho_x \geq \rho_0 \frac{3 - \frac{l_x}{l_y}}{2}$$

$$\rho_0 \geq 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} \rightarrow \rho_0 \geq 0,23 \frac{2,22}{400} = 1,2765 \times 10^{-3} \rightarrow \rho_0 \geq 0,13 \%$$

$$\rho_x \geq 0,13 \% \frac{3 - 0,66}{2} = 0,15 \%$$

La plus petite section d'armatures se trouve sur les appuis et en travées suivant la grande portée, le pourcentage est de :

$$\rho_x = \frac{A}{b_0 d} \text{ (avec } A = \emptyset 10 \text{ et un espacement de } 33 \text{ cm)} = \frac{100 \times 0,785}{33} = 2,378 \text{ cm}^2$$

Soit :

$$\rho_x = \frac{2,378 \times 10^{-4}}{1 \times 0,118} = 0,20 \% > 0,15 \% \rightarrow \text{Condition de non fragilité vérifiée.}$$

#### 1.4.2.6. Vérification du poinçonnement

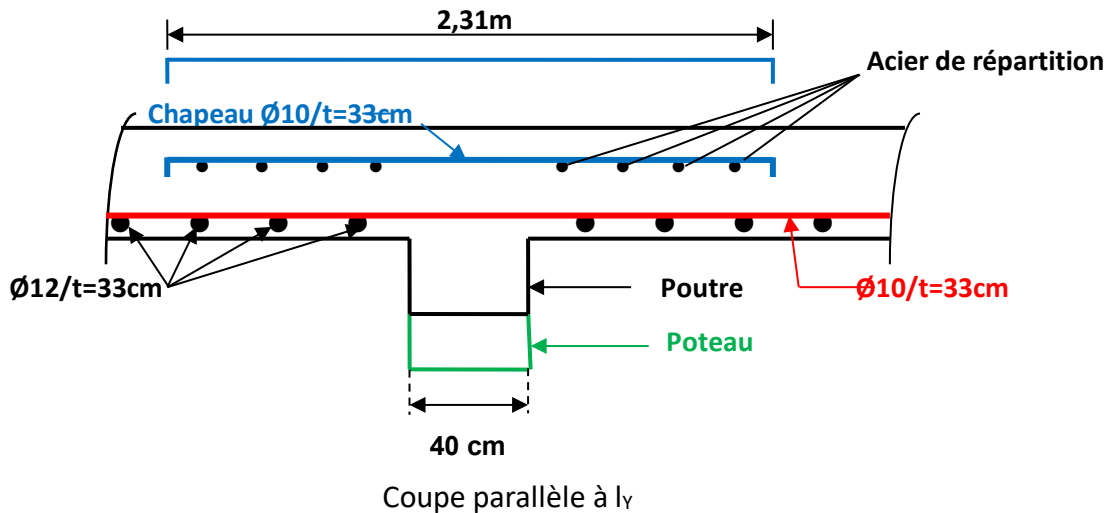
Sous l'action de P, il se produit le long du contour d'appui au niveau du feuillet moyen de la dalle, une contrainte  $\tau_u$ . Aucune armature d'effort tranchant n'est admise si cette contrainte est telle que :

$$\tau_u = \frac{Q_u}{u_c \times h} \leq 0,045 f_{cj} = 0,045 \times 27 = 1,215 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = \frac{1,5 \times 10 \times 10^{-3}}{3,8 \times 0,15} = 0,0263 \text{ MPa} \rightarrow u_c = 4 \times 0,95 = 3,8 \text{ m}$$

$$\tau_u = 0,0263 \text{ MPa} < 1,215 \text{ MPa} \rightarrow \text{Condition satisfaite}$$

### 1.4.3. Schéma du ferrailage



#### Remarque

En appliquant les recommandations du paragraphe 2.5.5, les chapeaux sont prolongés au-delà et de part et d'autre du nu des poutres d'une longueur égale à :

$$L_y = l_a + 0,15 l_x \rightarrow \text{Parallèlement à } l_y$$

$$L_x = l_a + 0,20 l_x \rightarrow \text{Parallèlement à } l_x$$

Ce qui nous donne :

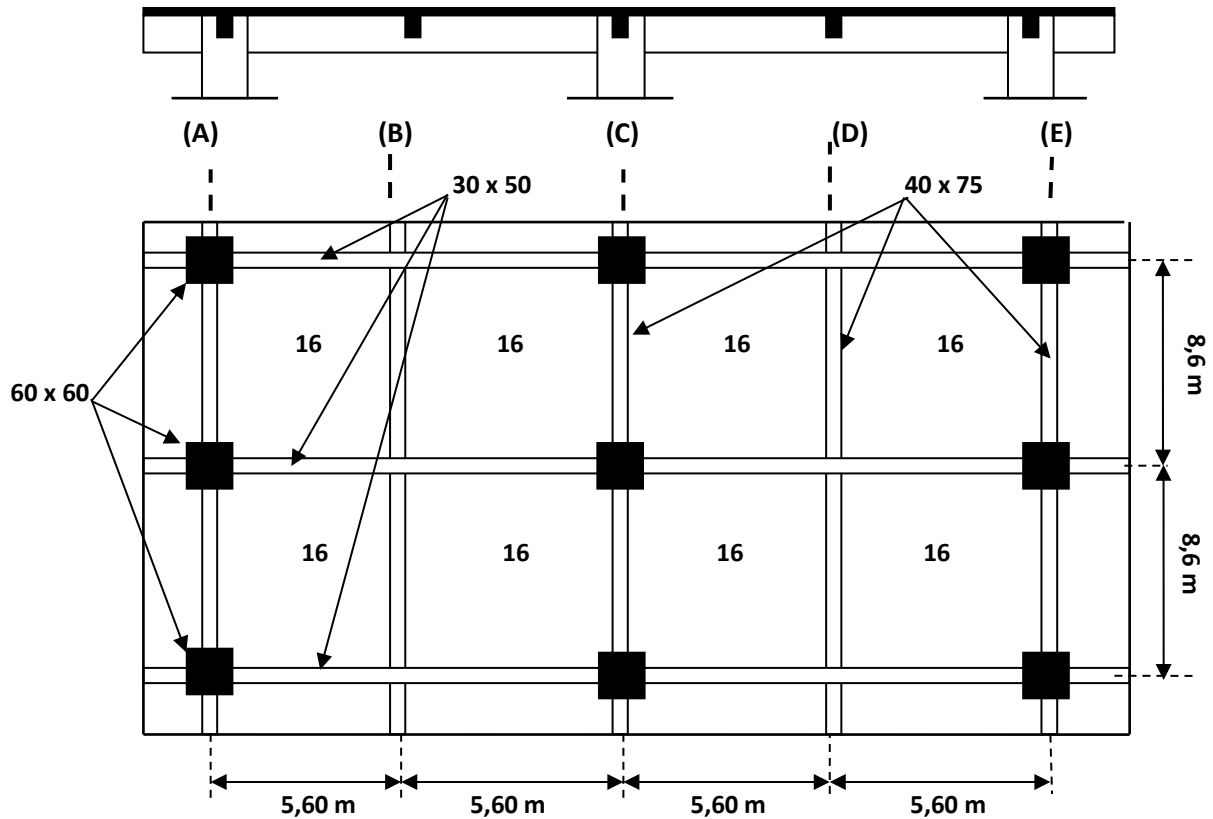
$$L_y = 0,40 + 2 (40 \varnothing + 0,15 l_x) = 0,40 + 2 (40 \times 0,01 + 0,15 \times 3,7) = 2,31 \text{ m}$$

$$L_x = 0,40 + 2 (40 \varnothing + 0,20 l_x) = 0,40 + 2 (40 \times 0,01 + 0,20 \times 3,7) = 2,68 \text{ m}$$

## 2. ÉTUDE D'UN PLANCHER SOUMIS À DES CHARGES UNIFORMEMENT RÉPARTIES

### 2.1. Énoncé

Le plancher à étudier est représenté par sa trame centrale sur la figure ci-dessous. Ce plancher supporte un revêtement représentant un poids de 30 daN/m<sup>2</sup> et une charge d'exploitation q de 600 daN/m<sup>2</sup>.



### 2.2. Données complémentaires

Béton :  $f_{c28} = 27 \text{ MPa} \rightarrow f_{bu} = \frac{0,85 \times 27}{1,5} = 15,3 \text{ MPa}$

Acier : FE 40 (type 1)  $\rightarrow f_e = 400 \text{ MPa} \rightarrow f_{su} = \frac{400}{1,15} = 347,8 \text{ MPa}$

### 2.3. Travail demandé

#### Étude de la dalle

On vous demande de :

- Déterminer le ferrailage du panneau dalle.
- Vérifier le pourcentage minimal.
- Donner un schéma côté du ferrailage.

#### Étude de la poutre axe C

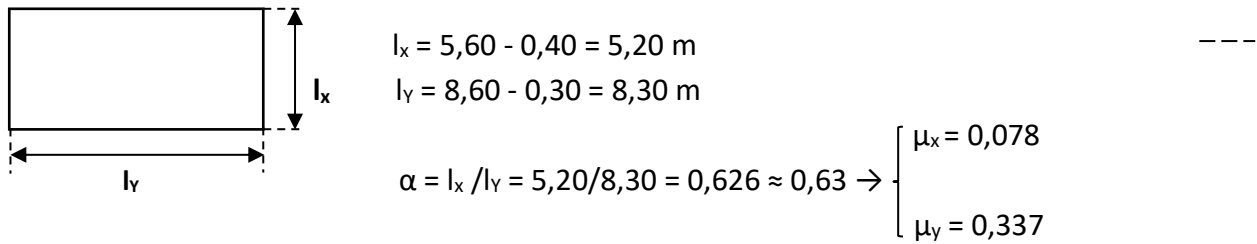
En supposant que la poutre comporte trois travées de portée égale :

- Déterminer aux états limites ultimes les moments extrêmes en travée et sur appuis.
- Calculer les efforts tranchants maximaux aux nus des appuis.



## 2.4. Solution

### 2.4.1. Étude de la dalle



#### 2.4.1.1. Évaluation des charges

$g$  = poids propre de la dalle + poids propre de la chape

$$g = 0,16 \times 25 + 0,3 = 4,3 \text{ kN/m}^2$$

À l'état limite ultime

$$q_u = 1,35 g + 1,5 p = 5,805 + 9 = 14,805 \text{ kN/m}^2$$

À l'état limite de service

$$q_{ser} = 10,3 \text{ kN/m}^2$$

#### 2.4.1.2. Évaluation des moments de flexion

Les moments isostatiques sont :

$$M_0(x) = \mu_x (g + p) l_x^2 = 0,078 \times 14,805 \times 5,2^2 = 31,225 \text{ kNm/m}$$

$$M_0(y) = \mu_y M_0(x) = 0,337 \times 31,225 = 10,523 \text{ kNm/m}$$

Les moments ultimes maximaux pour un panneau continu sont :

$$\text{Sens de la grande portée} \begin{cases} \text{En travée} = M_t(y) = 0,75 M_0(y) = 0,75 \times 10,523 = 7,89 \text{ kNm/m} \\ \text{Sur appui} = M_a(y) = M_a(x) = 0,5 M_0(x) = 0,5 \times 31,225 = 15,61 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

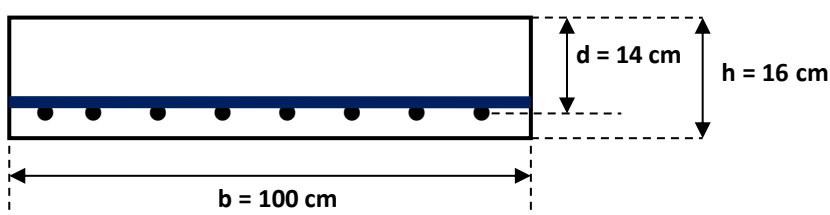
$$\text{Sens de la petite portée} \begin{cases} \text{En travée} = M_t(x) = 0,75 M_0(x) = 0,75 \times 31,225 = 23,42 \text{ kNm/m} \\ \text{Sur appui} = M_a(x) = 15,61 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

#### 2.4.1.3. Ferrailage de la dalle

1. Calcul du ferrailage en travée suivant  $l_x \rightarrow M_t(x) = 23,42 \text{ kNm/m}$

Si on utilise des barres  $\varnothing 16$  pour le ferrailage, la section utile  $h_x$  est :

$$h_x = 16 - 1,6 - 0,8 = 13,6 \text{ cm} \approx 14 \text{ cm} = d$$



$$\mu = \frac{M_t^x}{b h_x^2 f_{bu}} = (23,42 \times 10^{-3}) / (0,14^2 \times 15,3) = 0,0781 < \mu_l \rightarrow A_t'(x) = 0$$

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0,102$$

$$\alpha = 0,102 < 0,259 \rightarrow \text{Pivot A}$$

$$A_t(x) = \frac{0,8 \times \alpha \times b \times h_x \times f_{bu}}{f_e / \gamma_s} = (0,8 \times 0,102 \times 1,0 \times 0,14 \times 15,3) / 347,8 = 5,02 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 5,02 \text{ cm}^2$$

$$A_t(x) = 5,02 \text{ cm}^2 \rightarrow 3\emptyset 16/\text{ml}$$

$$1\emptyset 16 = 2,01 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{Nombre minimal de barres/mètre} : 5,02 / 2,01 = 2,5 \rightarrow t_{\max} = 100 / 2,5 = 40 \text{ cm}$$

Aussi, les armatures parallèles à la petite portée seront espacées de 33 cm (Tab.1.2).

## 2. Ferrailage suivant le sens $l_y \rightarrow M_t(y) = 7,89 \text{ kNm/m}$

Pour les armatures parallèles à  $l_y$ , on utilise des  $\emptyset 12$ . La hauteur utile est égale à :

$$h_y = 16 - 1,6 - 1,6 - 0,6 = 12,2 \text{ cm} = d$$

$$\mu = \frac{M_t^y}{b h_y^2 f_{bu}} = (7,89 \times 10^{-3}) / (0,122^2 \times 15,3) = 0,03465 < \mu_l \rightarrow A_t'(y) = 0$$

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0,044$$

$$\alpha = 0,044 < 0,259 \rightarrow \text{Pivot A}$$

$$A_t(y) = \frac{0,8 \times \alpha \times b \times h_y \times f_{bu}}{f_e / \gamma_s} = (0,8 \times 0,044 \times 1,0 \times 0,122 \times 15,3) / 347,8 = 1,89 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 1,89 \text{ cm}^2$$

$$A_t(y) = 1,89 \text{ cm}^2 \rightarrow 3\emptyset 12/\text{ml}$$

## 3. Ferrailage aux appuis $\rightarrow M_a(y) = M_a(x) = 15,61 \text{ kNm}$

Pour les armatures aux appuis, on utilise des  $\emptyset 12$ . La hauteur utile d prise égale à 12,2 cm.

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 d^2 f_{bu}} = (15,61 \times 10^{-3}) / (0,122^2 \times 15,3) = 0,0685 < \mu_l \rightarrow A_a' = 0$$

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0,088$$

$$\alpha = 0,088 < 0,259 \rightarrow \text{Pivot A}$$

$$A_a = \frac{0,8 \times \alpha \times b \times h_y \times f_{bu}}{f_e / \gamma_s} = (0,8 \times 0,088 \times 1,0 \times 0,122 \times 15,3) / 347,8 = 3,77 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 3,78 \text{ cm}^2$$

$$A_a = 3,78 \text{ cm}^2 \rightarrow 4\emptyset 12/\text{ml}$$

$$1\emptyset 12 = 1,13 \text{ cm}^2 \rightarrow 3,78 / 1,13 = 3,345 \rightarrow t_{\max} = 100 / 3,345 = 29,89 \text{ cm} \rightarrow 1\emptyset 12/t = 30 \text{ cm}$$

#### 4. Armatures d'effort tranchant

L'effort tranchant maximal se produit au milieu du grand côté. Sa valeur ultime sur une bande de 1,0 m de large est égale à :

$$V_u = q_u / (2l_y + l_x) = (14,805 \times 8,3 \times 5,2) / (2 \times 8,3 + 5,2) = 29,31 \text{ kN}$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} = (29,31 \times 10^{-3}) / (1,0 \times 0,14) = 0,21 \text{ MPa}$$

$$\tau_u \leq 0,05 f_{cj} = 0,05 \times 27 = 1,35 \text{ MPa} \rightarrow \text{Pas besoin d'armatures de cisaillement}$$

#### 5. Condition de non fragilité

Condition satisfaite si :

$$\rho_x \geq \rho_0 \frac{3 - \frac{l_x}{l_y}}{2}$$

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} = 0,6 + 0,06 \times 27 = 2,22 \text{ MPa}$$

$$\rho_0 \geq 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} \rightarrow \rho_0 \geq 0,23 \frac{2,22}{400} = 1,2765 \times 10^{-3} \rightarrow \rho_0 \geq 0,127 \%$$

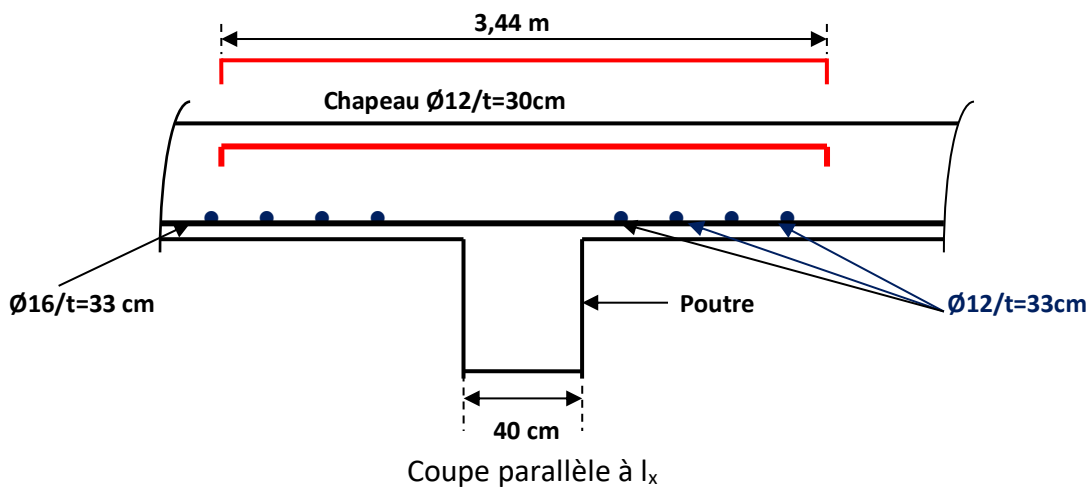
$$\rho_x \geq 0,127 \% (3 - 0,63) / 2 = 0,15 \%$$

Le minimum d'armatures correspond à la section en travée suivant la grande portée (3Ø12), soit un pourcentage de :

$$\rho_y = \frac{A_t(y)}{b_0 d} \rightarrow 1\text{Ø12 tous les } 33 \text{ cm} \leftrightarrow A = (100 \times 1,13) / 33 = 3,42 \text{ cm}^2$$

$$\rho_y = (3,42 \times 10^{-4}) / (1,0 \times 0,122) = 0,28 \% > 0,15 \% \rightarrow \text{Condition de non fragilité vérifiée.}$$

#### 6. Schéma du ferrailage



Les chapeaux ont une longueur de :

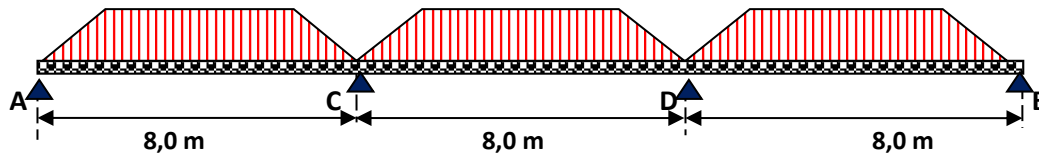
$$L_x = 0,40 + 2 (40 \varnothing + 0,20 l_x) = 0,40 + 2 (40 \times 0,012 + 0,20 \times 5,2) = 3,44 \text{ m}$$

## 2.4.2. Etude de la poutre axe C

### 2.4.2.1. Evaluation des charges et surcharges

$$g = 4,3 \text{ kN/m}^2$$

$$p = 6 \text{ kN/m}^2$$



$$\alpha = 0,63 \rightarrow \text{Charge trapézoïdale} \begin{cases} q_M = (1 - \alpha^2/3) q l_x / 2 = 0,43385 q l_x \\ q_T = (1 - \alpha/2) q l_x / 2 = 0,3425 q l_x \end{cases}$$

Charges permanentes	$g_M$ (kN/m)	$g_T$ (kN/m)
2 trapèzes : $2 \times 4,3 \times 5,2$	$\times 0,43385 = 19,4$	$\times 0,3425 = 15,32$
Dalle sur poutre : $0,4 \times 4,3$	1,72	1,72
Retombée : $0,59 \times 0,4 \times 25$	5,9	5,9
Total	$g_M = 27,02 \text{ kN/m}$	$g_T = 22,94 \text{ kN/m}$

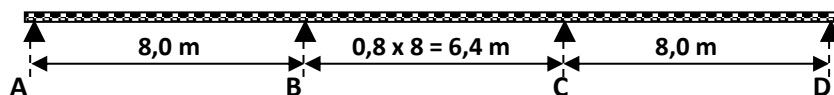
Surcharges d'exploitation	$p_M$ (kN/m)	$p_T$ (kN/m)
2 trapèzes : $2 \times 6 \times 5,2$	$\times 0,43385 = 27,07$	$\times 0,3425 = 21,37$
Dalle sur poutre : $0,4 \times 6$	2,4	2,4
Total	$p_M = 29,47 \text{ kN/m}$	$p_T = 23,77 \text{ kN/m}$

### 2.4.2.2. Calcul des moments extrêmes avec la méthode de Caquot

$$1,35 g_M = 36,477 \text{ kN/m}$$

$$1,5 p_M = 44,205 \text{ kN/m}$$

$$q_u = 1,35 g_M + 1,5 p_M = 36,477 + 44,205 = 80,68 \text{ kN/m}$$



Moment sur appui :

$$M_a = - \frac{p_w l'_w{}^3 + p_e l'_e{}^3}{8,5 (l'_w + l'_e)}$$

Moments de flexion	Cas de chargement
<p><b>Moment max sur l'appui B ou C</b></p> $M_B = - \frac{p_w l'_w{}^3 + p_e l'_e{}^3}{8,5 (l'_w + l'_e)} = \frac{80,63 (8^3 + 6,4^3)}{8,5 (8 + 6,4)} = 510,28 \text{ kNm}$ <p><b><math>M_{\max, \text{appui}} = 510,28 \text{ kNm}</math></b></p>	<p><b><math>M_{\max, \text{appui}} = 510,28 \text{ kNm}</math></b></p>

**Moment max en travée AB ou CD**

$$M_B = \frac{80,68 \times 8^3 + 36,477 \times 6,4^3}{8,5 (8 + 6,4)} = 451,61 \text{ kNm}$$

$$R_A = \frac{q_u l}{2} + \frac{M_w - M_e}{1} = \frac{80,68 \times 8}{2} - \frac{451,61}{8} = 266,27 \text{ kN}$$

$$R_A = 266,27 \text{ kN}$$

$$V_u(x) = R_A - q_u x = 266,27 - 80,68 x$$

$$V_u(x) = 0 \rightarrow x = 266,27 / 80,68 = 3,30 \text{ m}$$

$$M_{t, \max} = R_A x - q_u \frac{x^2}{2} = 266,27 \times 3,30 - 80,68 \times \frac{3,30^2}{2}$$

$$M_{t, \max} = 439,39 \text{ kNm}$$



$$M_{t, \max, AB} = 439,39 \text{ kNm}$$

**Moment minimal en travée AB ou CD**

$$M_B = \frac{p_w l_w^3 + p_e l_e^3}{8,5 (l_w' + l_e')} = \frac{36,477 \times 8^3 + 80,68 \times 6,4^3}{8,5 (8 + 6,4)}$$

$$M_B = 325,37 \text{ kNm}$$

$$M_w = 0 \text{ et } M_e = 325,37 \text{ kNm}$$

$$x_0 = \frac{l}{2} + \frac{M_w - M_e}{q_l} = 4 - \frac{325,37}{36,477 \times 8} = 2,88 \text{ m}$$

$$R_A = \frac{q_u l}{2} + \frac{M_w - M_e}{1} = \frac{36,477 \times 8}{2} - \frac{325,37}{8} = 105,24$$

$$M_{t, \min} = R_A x - q_u \frac{x^2}{2} = 105,24 \times 2,88 - 36,477 \times \frac{2,88^2}{2}$$

$$M_{t, \min} = 151,81 \text{ kNm}$$



$$M_{t, \min, AB} = 151,81 \text{ kNm}$$

**Moment maximal en travée BC**

$$M_B = M_e = 325,37 \text{ kNm}$$

$$M_{t, \max} = M_0 - \frac{M_w + M_e}{2} = \frac{80,68 \times 8^2}{8} - \frac{2 \times 325,37}{2}$$

$$M_{t, \max} = 320,07 \text{ kNm}$$



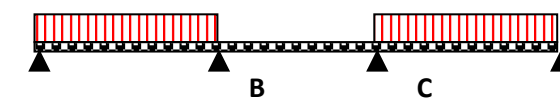
$$M_{t, \max, BC} = 320,07 \text{ kNm}$$

**Moment minimal en travée BC**

$$M_B = M_w = 451,61 \text{ kNm}$$

$$M_{t, \min} = M_0 - \frac{M_w + M_e}{2} = \frac{36,477 \times 8^2}{8} - \frac{2 \times 451,61}{2}$$

$$M_{t, \min} = -159,79 \text{ kNm}$$



$$M_{t, \min, BC} = -159,794 \text{ kNm}$$

#### 2.4.2.3. Calcul des efforts tranchants extrêmes

$$V_x = V_0 + \frac{M_e - M_w}{l}$$

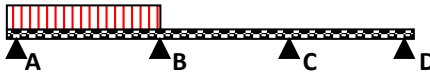
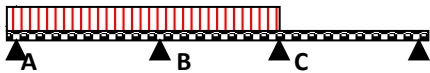
$$1,35 \text{ } g_T = 1,35 \times 22,94 = 30,969 \text{ kN/m}$$

$$1,5 \text{ } p_T = 1,5 \times 23,77 = 35,655 \text{ kN/m}$$

$$q_u = 1,35 \text{ } g_T + 1,5 \text{ } p_T = 30,969 + 35,655 = 66,624 \text{ kN/m}$$

##### 1) Travée AB

$$V_0 = \pm q_u l / 2 = (66,624 \times 8) / 2 = \pm 266,496 \text{ kN}$$

Cas de chargement	$V_0$	$M_A$	$M_B$	$V_A$	$V_{B,g}$
	$\pm 266,496$	0	-345,01 kNm	+223,37	-309,62
	$\pm 266,496$	0	-421,38 kNm	+213,82	-319,17



Les efforts retenus sont :

$$V_A = +223,37 \text{ kN}$$

$$V_{B,g} = -319,17 \text{ kN}$$

##### 2) Travée BC

$$V_0 = \pm 266,496 \text{ kN}$$

Cas de chargement	$V_0$	$M_B$	$M_C$	$V_{B,d}$	$V_{C,g}$
	$\pm 266,496$	-325,37	-325,37	+266,496	-266,496
	$\pm 266,496$	-325,37	-510,28 kNm	+289,61	-243,38

Les valeurs à retenir sont :

$$V_{B,d} = +289,61 \text{ kN}$$

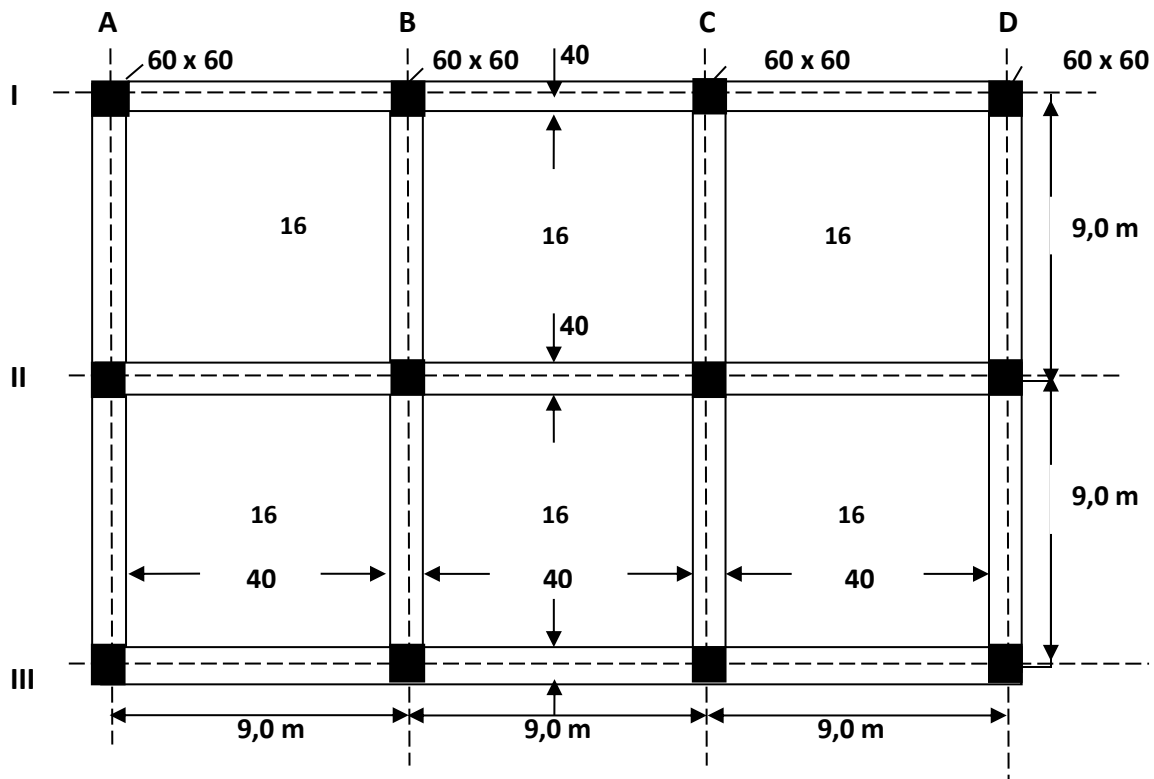
$$V_{C,g} = -266,496 \text{ kN}$$

### 3. ETUDE D'UN PLANCHER SOUMIS À DES CHARGES UNIFORMEMENT RÉPARTIES

#### 3.1. Énoncé

Il s'agit d'un plancher industriel constitué d'une dalle de 16 cm d'épaisseur continue sur un réseau de poutres, de portée entre axe  $L = 9,0$  m (suivant x et suivant y). Ce plancher reçoit les charges uniformément réparties suivantes :

- Charges permanentes :  $g = 4,0 \text{ kN/m}^2$
- Charges d'exploitation :  $q = 12 \text{ kN/m}^2$



#### 3.2. Données complémentaires

Les matériaux sont caractérisés par :

$$f_{c28} = 30 \text{ MPa} \rightarrow f_{bu} = \frac{0,85 \times 30}{1,5} = 17 \text{ MPa}$$

$$\text{Fe400 (type 1)} \rightarrow f_{su} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

#### 3.3. Travail demandé

##### A) Etude de la dalle

- 1) Déterminer le ferrailage du panneau dalle
- 2) Vérifier le pourcentage minimal
- 3) Donner un schéma côté

##### II) Etude de la poutre axe II

- 1) Calculer aux états limites ultimes les moments maximums en travée et sur appui
- 2) Ferrailer les sections les plus sollicitées en travée et sur appui
- 3) Calculer les efforts tranchants maximum aux nus des appuis

### 3.4. Solution

#### 3.4.1. Etude de la dalle

##### 3.4.1.1. Evaluation des moments de flexion et des efforts tranchants

$$g = 4 \text{ kN/m}^2$$

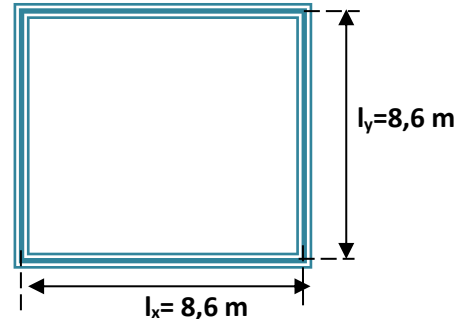
$$q = 12 \text{ kN/m}^2$$

À l'état limite ultime :

$$p_u = 1,35g + 1,5q = 23,4 \text{ kN/m}^2$$

À l'état limite de service :

$$p_{ser} = g + q = 16 \text{ kN/m}^2$$



Portées de la dalle :

$$l_x = 9 - 2 \times 0,2 = 8,6 \text{ m}$$

$$l_y = 9 - 2 \times 0,2 = 8,6 \text{ m}$$

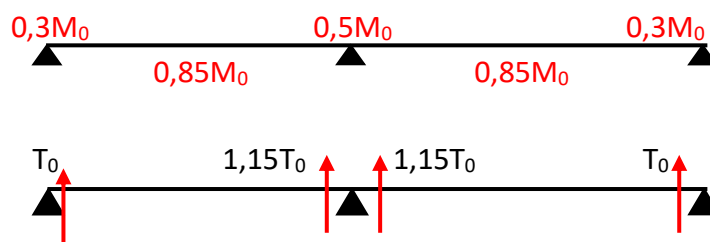
$$\alpha = l_x / l_y = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu_x = 0,044 \text{ (état limite de service)} \\ \mu_y = 1,000 \text{ (état limite de service)} \\ \mu_x = 0,037 \text{ (ELU)} \\ \mu_y = 1,000 \text{ (ELS)} \end{array} \right.$$

#### 1. Calcul d'un panneau dalle isostatique à l'ELU

$$M_{0x} = \mu_x p l_x^2 = 0,037 \times 23,4 \times (8,6)^2 = 6403 \text{ kNm/m}$$

$$M_{0y} = \mu_y M_{0x} = 64,03 \text{ kN/m}$$

#### 2. Calcul du panneau continu (même distribution suivant x et y)



Les moments et les efforts tranchants sont identiques dans les deux sens.

$$M_{tx} = M_{ty} = 0,85 M_{0x} = 0,85 \times 64,03 = 54,42 \text{ kNm/m}$$

$$M_{ax} = M_{ay} = 0,3 M_{0x} = 0,3 \times 64,03 = 19,3 \text{ kNm/m}_\text{ (appui de rive)}$$

$$M_{ax} = M_{ay} = 0,5 M_{0x} = 0,5 \times 64,03 = 32,15 \text{ kNm/m}_\text{ (appui central)}$$

#### 3. Evaluation des efforts tranchants

L'effort tranchant maximal se produit au milieu du grand côté et sa valeur ultime sur une bande de 1,00 m de large est :

$$T_{\max} = \frac{23,4 \times 8,6 \times 8,6}{3 \times 8,6} = 67,08 \text{ kN/m}$$



Appui de rive :  $T_{\max} = 67,08 \text{ kN/m}$

Appui central :  $T_{\max} = 1,15 \times 67,08 = 77,14 \text{ kN/m}$

La contrainte de cisaillement est :

$$\tau_u = \frac{T_{\max}}{b_0 d} = \frac{77,14 \times 10^{-3}}{1 \times 0,13} = 0,59 \text{ MPa}$$

Il faut :

$$\tau_u \leq 0,05 f_{c28} = 0,05 \times 30 = 1,5 \text{ MPa}$$

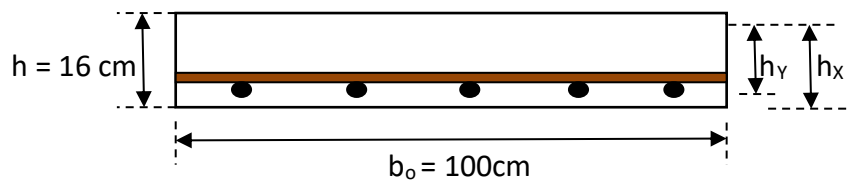
La condition est satisfaite, pas besoin d'armatures d'effort tranchant (c'est pratiquement le cas dans les dalles).

#### 3.4.1.2. Détermination des armatures longitudinales

On choisit des  $\emptyset 16$  pour le ferrailage de la dalle, ce qui donne :

$$h_y = 16 - 1,6 - \emptyset - \emptyset/2 = 12 \text{ cm}$$

$$h_x = 16 - 1,6 - \emptyset/2 = 13,6 \text{ cm}$$



##### 1. Moment en travée, sens $l_x$

$$M_{tx} = 54,42 \text{ kNm/m}$$

$$\mu = \frac{M_{tx}}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{54,42 \times 10^{-3}}{1,00(0,136)(0,136)17} = 0,17 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A_{sc} = 0$$

D'où :

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,17}) = 0,234 < 0,259 \rightarrow \text{Pivot A}$$

$$A_{x,t} = \frac{0,8 \times \alpha \times b \times f_{bu} \times h_x}{f_{e/y_s}} = \frac{0,8 \times 0,234 \times 1 \times 17 \times 0,136}{348} = 12,44 \text{ cm}^2$$

$$1 \emptyset 16 = 2,01 \text{ cm}^2, \text{ le nombre minimal de barres par mètre est : } \frac{12,44}{2,01} = 6,2$$

$$\text{Espacement maximal : } \frac{100}{6,2} = 16,13 \text{ cm, on adopte un espacement de 16 cm}$$

##### 2. Moment en travée, sens $l_y$

$$M_{tx} = M_{ty} = 54,42 \text{ kNm/m}$$

$$h_y = 12 \text{ cm}$$

On adopte le même ferrailage en travée suivant  $l_x$  et  $l_y$

##### 3. Appui de rive, sens $l_x$ et $l_y$

$$M_{ax} = M_{ay} = 0,3M_{0x} = 19,3 \text{ kNm/m}$$

$$d = h_x = 13,6 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{19,3 \times 10^{-3}}{1,00 (0,136) (0,136) 17} = 0,061 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A_{sc} = 0$$

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,061}) = 0,0787 < 0,259 \rightarrow \text{Pivot A}$$

$$A_{x,a} = A_{y,a} = \frac{0,8 \times \alpha \times b \times f_{bu} \times h_x}{f_e / \gamma_s} = \frac{0,8 \times 0,0787 \times 1 \times 17 \times 0,136}{348} = 4,18 \text{ cm}^2$$

$$1\emptyset 12 = 1,13 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{Nombre de barres par mètre} : \frac{4,18}{1,13} = 3,69$$

$$\text{Espacement maximal} : \frac{100}{3,69} = 27,1 \text{ cm, on choisit un espacement de 27 cm}$$

#### 4. Appui central, sens $l_x$ et $l_y$

$$M_{ax} = M_{ay} = 32,15 \text{ kNm/m}$$

$$d = h_x = 13,6 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{32,15 \times 10^{-3}}{1,00 (0,136) (0,136) 17} = 0,102 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A_{sc} = 0$$

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,102}) = 0,134 < 0,259 \rightarrow \text{Pivot A}$$

$$A_{x,a} = A_{y,a} = \frac{0,8 \times \alpha \times b \times f_{bu} \times h_x}{f_e / \gamma_s} = \frac{0,8 \times 0,134 \times 1 \times 17 \times 0,136}{348} = 7,12 \text{ cm}^2$$

$$1\emptyset 12 = 1,13 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{nombre de barres par mètre} : \frac{7,12}{1,13} = 6,30$$

$$\text{Espacement maximal} : \frac{100}{6,30} = 15,87 \text{ cm, on adopte un espacement de 15 cm}$$

#### 5. Condition de non fragilité

Pour cette vérification, il faut que :

$$\rho_x \geq \rho_0 \frac{3-\alpha}{2} \rightarrow \alpha = \frac{l_x}{l_y} = 1$$

$$\rho_0 \geq 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e}$$

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} = 0,6 + 0,06 \times 30 = 2,4 \text{ MPa}$$

$$f_e = 400 \text{ MPa} \rightarrow \rho_0 \geq 0,23 \frac{2,4}{400} = 0,00138 = 0,14 \%$$

$$\rho_x \geq 0,14 \% \frac{3-1}{2} = 0,14 \%$$

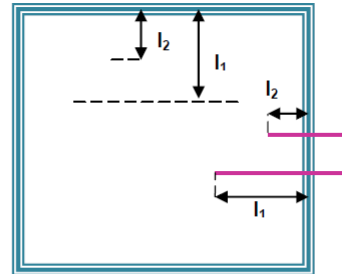
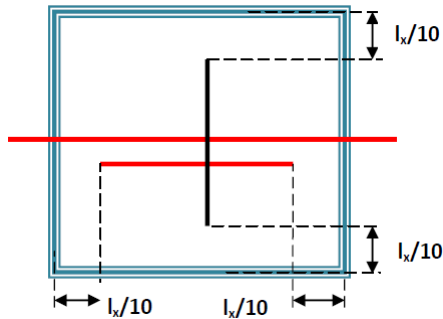
Le pourcentage d'armatures minimum correspond à la section sur appuis de rive (les chapeaux), il est tel que :

$$\rho_x = \frac{A}{b_0 d} \text{ avec } A = \emptyset 12 / t = 27 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{100 \times 1,13}{27} = 4,18 \text{ cm}^2$$

D'où :

$$\rho_x = \frac{4,18 \times 10^{-4}}{1 \times 0,136} = 0,31\% > 0,14\% \rightarrow \text{Condition de non fragilité satisfaite}$$

### 3.4.1.3. Arrêts de barres



$$l_1 \geq \max [\lambda l_x, l_a] \rightarrow l_1 \approx 2,0 \text{ m}$$

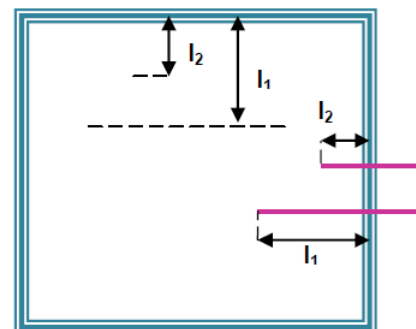
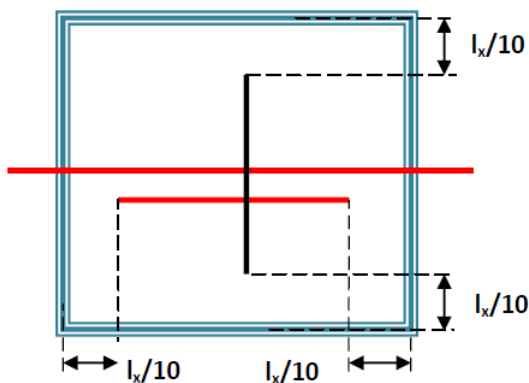
$$l_2 \geq \max [0,5l_1, l_a] \rightarrow l_2 \approx 1,0 \text{ m}$$

Avec,

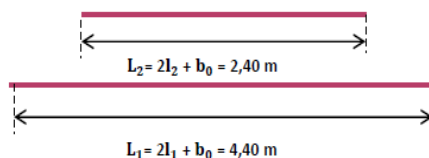
$$\lambda = 0,05 + 0,30 M_a/M_x \rightarrow \lambda = 0,23$$

$l_a$  = longueur d'ancrage  $\approx 40 \varnothing$  pour des charges uniformément réparties = 48 cm

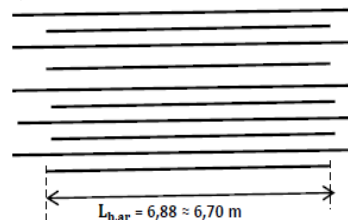
$M_a$  = moment sur appui



Longueur des armatures supérieures (appuis)



Disposition des armatures en travée



### 3.4.2. Etude de la poutre axe II par l'application de la méthode forfaitaire

#### 3.4.2.1. Evaluation des moments de flexion et des efforts tranchants

Portée des travées :  $l = 9 - 2 \times 0,3 = 8,4 \text{ m}$

$g = 4 \text{ kN/m}^2$

$q = 12 \text{ kN/m}^2$

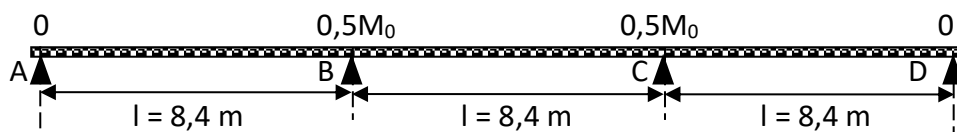
$$\alpha = \frac{q}{q+g} = \frac{12}{12+4} = 0,75$$

$$1 + 0,3\alpha = 1,225 \rightarrow \frac{1,2 + 0,3\alpha}{2} = 0,7125 \rightarrow \frac{1 + 0,3\alpha}{2} = 0,6125$$

##### 1. Moment sur appui

A et D appuis simples  $\rightarrow M_A = M_D = 0$

B et C appuis continus  $\rightarrow M_B = M_C = 0,5 M_0$



##### 2. Moment en travée

Nous avons  $M_B = 0,5 M_0$ , ceci donne pour la première travée :

$$\left[ \begin{array}{l} M_t + \frac{0 + 0,5M_0}{2} \geq 1,225 M_0 \rightarrow M_t \geq 0,975 M_0 \\ M_t \geq 0,7125 M_0 \end{array} \right.$$

La valeur à retenir est donc :

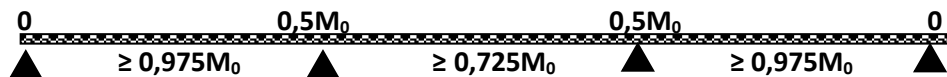
$$M_t = 0,975 M_0$$

$M_B = M_C = 0,5 M_0$ , nous aurons pour la travée centrale :

$$\left[ \begin{array}{l} M_t + \frac{0,5 M_0 + 0,5 M_0}{2} \geq 1,225 M_0 \rightarrow M_t \geq 0,725 M_0 \\ M_t \geq 0,125 M_0 \end{array} \right.$$

La valeur à retenir est :

$$M_t = 0,725 M_0$$



##### 3. Calcul des charges et surcharges

$$\alpha = 1 \rightarrow \text{Charge triangulaire} \left\{ \begin{array}{l} p_M = 0,333 p l_x \\ p_T = 0,250 p l_x \end{array} \right.$$

Charges permanentes	$g_M \text{ (kN/m)}$	$g_T \text{ (kN/m)}$
2 triangles : $2 \times 4 \times 8,6$	$\times 0,333 = 23$	$\times 0,250 = 17,2$
Dalle sur poutre : $0,4 \times 4$	1,6	1,6
Retombée : $0,59 \times 0,4 \times 25$	5,9	5,9
Total	$g_M = 30,5 \text{ kN/m}$	$g_T = 24,7 \text{ kN/m}$

Surcharges d'exploitation	$q_M$ (kN/m)	$q_T$ (kN/m)
2 triangles : 2 x 12 x 8,6	<b>x 0,333 = 68,73</b>	<b>x 0,250 = 51,6</b>
Dalle sur poutre : 0,4 x 12	4,8	4,8
Total	$q_M = 73,53$ kN/m	$q_T = 56,4$ kN/m

#### 4. Calcul des moments

$$p_u = 1,35 g_M + 1,5 q_M = 1,35 \times 30,5 + 1,5 \times 73,53 = 151,47 \text{ kN/m}$$

$$M_0 = \frac{p_u \times l^2}{8} = \frac{151,47 \times 8,4^2}{8} = 1335,96 \text{ kNm}$$

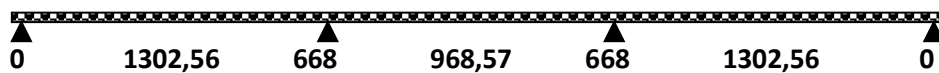
Moment sur appui intermédiaire

$$M_B = M_C = 0,5 M_0 = 0,5 \times 1335,96 = 667,98 \cong 668 \text{ kNm}$$

Moment en travée

$$M_{t1} = M_{t3} = 0,975 M_0 = 0,975 \times 1335,96 = 1302,56 \text{ kNm}$$

$$M_{t2} = 0,725 M_0 = 0,725 \times 1335,96 = 968,57 \text{ kNm}$$



#### 3.4.2.2. Ferrailage de la poutre

##### 1. Travées 1 et 3

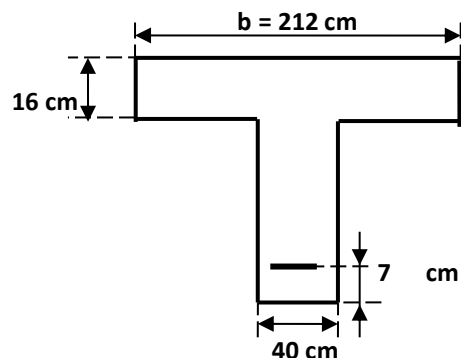
$$M = 1302,56 \text{ kNm} \rightarrow A_s = 20\emptyset 20$$

##### 2. Travée 2

$$M = 968,57 \text{ kNm} \rightarrow A_s = 14\emptyset 20$$

##### 3. Appui

$$M = 668 \text{ kNm} \rightarrow \begin{cases} A'_s = 12\emptyset 8 \\ A_s = 12\emptyset 20 \end{cases}$$



#### 3.4.2.3. Calcul des efforts tranchants

Les efforts tranchants sont calculés avec  $g_T$  et  $q_T$ , soit :

$$p_u = 1,35 g_T + 1,5 q_T = 1,35 \times 24,5 + 1,5 \times 56,4 = 117,675 \text{ kN/m} \approx 118 \text{ kN/m}$$

$$M_0 = \frac{p_u \times l^2}{8} = \frac{118 \times 8,4^2}{8} = 1040,76 \text{ kNm}$$

$$M_B = M_C = 0,5 M_0 = 0,5 \times 1040,76 = 520,38 \text{ kNm}$$

$$T_{Ae} = \frac{118 \times 8,4}{2} + \frac{-520,38}{8,4} = 433,65 \text{ kN}$$

$$T_{Bw} = \frac{-118 \times 8,4}{2} - \frac{520,38}{8,4} = -557,55 \text{ kN}$$

$$T_{Be} = \frac{118 \times 8,4}{2} + \frac{520,38 - 520,38}{8,4} = 495,6 \text{ kN}$$