

Chapitre III : Analyse de la réponse des structures soumises à une action sismique



" La différence entre avoir une structure assurée et une structure non assurée est définie par le degré de risque considéré acceptable, et non par la fausse illusion d'avoir éliminé complètement ce degré de risque ".

CHAPITRE III : ANALYSE DE LA REPONSE DES STRUCTURES SOUMISES A UNE ACTION SISMIQUE

3.1. INTRODUCTION

3.1.1. Bases du calcul sismique

Un séisme engendre des mouvements multidirectionnels transmis aux structures par les appuis. Les structures réagissent selon leur rigidité. Il en résulte des forces horizontales d'inertie concentrées au niveau des planchers des bâtiments ou le tablier des ponts, c'est-à-dire aux endroits où est concentrée la plus grande partie de la masse de la structure.

Pour analyser la réponse d'une structure à une agression sismique, c'est-à-dire déterminer les réactions et les efforts internes causés par cette action, l'ingénieur peut faire les analyses suivantes :

- Une analyse statique avec des charges pseudo-dynamiques.
- Une analyse dynamique (ou bien statique + dynamique).

Il existe plusieurs méthodes d'analyse, le choix dépend de l'ossature étudiée et des objectifs fixés, les plus importantes sont :

- Réponse spectrale avec superposition modale

C'est une méthode linéaire élastique où le comportement inélastique est pris en considération dans la définition du spectre de calcul au moyen du coefficient de comportement R . Elle peut s'appliquer à tous les types de bâtiments, réguliers ou non en plan comme en élévation.

- Méthode statique équivalente

C'est une version simplifiée de la méthode d'analyse avec superposition modale qui ne peut être utilisée que pour des structures régulières (ou légèrement irrégulière) et où la réponse dynamique correspond à un seul mode de vibration.

- Méthode d'analyse en poussée progressive ou *Push Over*

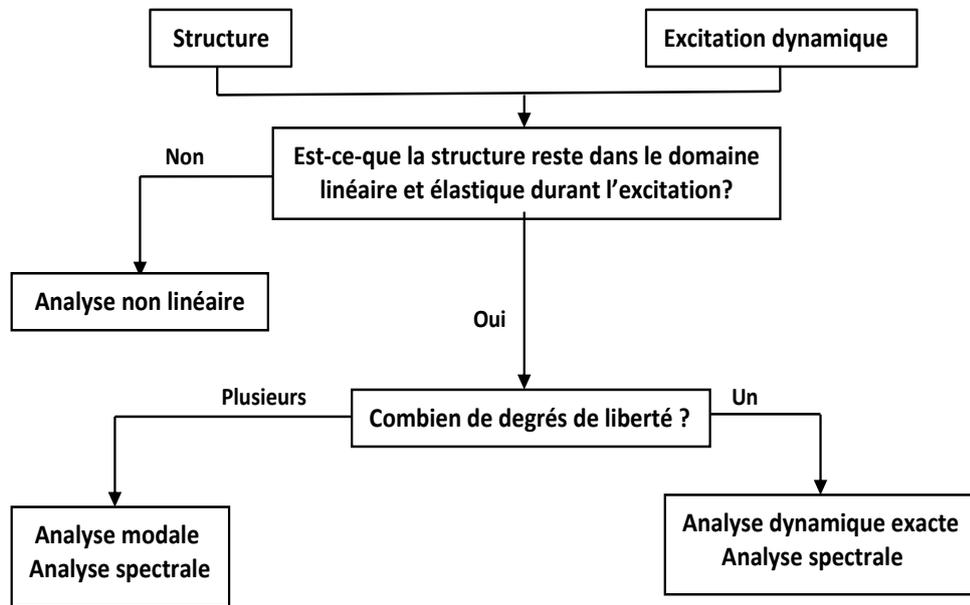
C'est une analyse statique non linéaire effectuée en appliquant des actions gravitaires constantes et en augmentant progressivement les forces sismiques (horizontales). Ce type de méthode est surtout utilisé pour évaluer le comportement structural des bâtiments existants ou renforcés.

- Méthode d'analyse dynamique non linéaire

C'est l'intégration numérique directe des équations du mouvement pas à pas sur le temps. Elle est nécessaire pour étudier les structures très irrégulières ou stratégiques. L'action sismique est exprimée par des accélérogrammes représentatifs du site donné au nombre minimum de trois.

3.1.2. Choix de la méthode d'analyse

Dans l'analyse de la réponse des structures soumises à l'action sismique, le choix de la méthode d'analyse dépend des caractéristiques de la structure et de l'excitation dynamique. Ce choix est résumé ci-dessous sous forme d'organigramme.



3.1.3. Analyse statique - analyse dynamique

L'action sismique est définie dans le règlement parasismique algérien (RPA 99 version 2003) avec une carte de zonage. Dans ce qui suit, nous nous intéresserons plus particulièrement à l'analyse statique en détaillant la méthode statique équivalente présentée dans le RPA99/2003 (Annexe 4). L'analyse dynamique sera résumée dans le chapitre consacré aux applications.

Le principe de l'analyse statique consiste à appliquer à la structure un système de forces censé reproduire la même déformée maximum que l'action sismique.

Remarque

Les règles parasismiques algériennes s'appliquent aux ouvrages à risque normal, c'est-à-dire aux ouvrages dont la ruine n'a pas de conséquences sur l'environnement. Par conséquent, le RPA99/2003 ne s'applique pas :

- Centrales nucléaires, installations de fabrication et de stockage des produits inflammables, explosifs, toxiques, ou polluants.
- Ouvrages d'art (barrages, ouvrages maritimes, ponts, tunnels, etc.).
- Réseaux et ouvrages enterrés.

Pour ces types de constructions, il y a lieu de se référer à des règles ou des recommandations spécifiques. Par ailleurs, les dispositions de ce règlement ne s'appliquent pas en zone de sismicité négligeable. Le respect de ses prescriptions est obligatoire pour toutes les constructions neuves situées dans les zones I, IIa, IIb ou III, là où il y a une présence humaine permanente.

Le RPA 99/2003 porte sur deux directions :

- Dispositions constructives générales et dispositions particulières pour divers matériaux ou procédés de constructions.
- Règles de calcul (évaluation des actions sismiques de calcul, vérification de la résistance et des déformations de la structure).

3.2. METHODE STATIQUE EQUIVALENTE

3.2.1. Conditions d'application de la méthode statique équivalente

Cette méthode peut être utilisée pour les structures régulières ou légèrement irrégulières lorsque les conditions suivantes sont vérifiées (Annexe 4) :

- La structure ne doit pas comporter d'éléments porteurs verticaux dont la charge ne se transmette pas directement à la fondation (Fig.3.1).
- Le bâtiment doit comporter au moins trois plans de contreventement de rigidité comparable, par exemple, trois voiles ou trois portiques (mais ne pas associer les voiles et les portiques).
- La rigidité des planchers doit être plus importante que celle des contreventements verticaux.
- Le bâtiment doit vérifier les conditions de régularité en plan et en élévation.

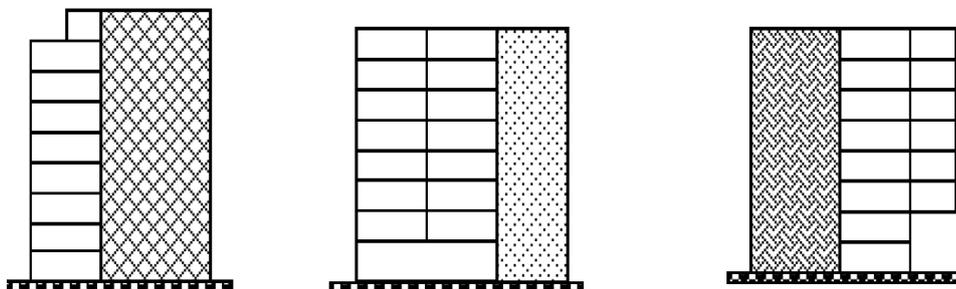


Figure 3.1: Structures avec des éléments verticaux discontinus

3.2.1.1. Régularité en plan

Le bâtiment doit présenter une forme sensiblement symétrique suivant les deux directions et vérifier les critères ci-dessous (Fig.3.2) :

- $\lambda = L_x/L_y \leq 4$ pour des bâtiments réguliers et légèrement irréguliers, λ représente l'élançement géométrique.
- Pour les bâtiments réguliers et légèrement irréguliers, les décrochements en plan doivent pas excéder dans chaque direction de calcul $0,25 L_x$ ou $0,25 L_y$.

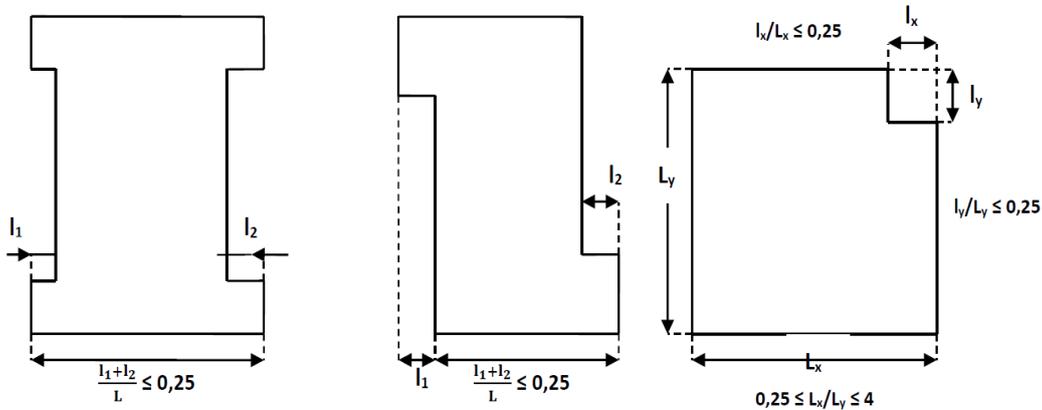


Figure 3.2: Limites de la régularité en plan

3.2.1.2. Régularité en élévation

Le bâtiment doit présenter une continuité assez régulière (Fig.3.3) en élévation suivant les deux directions. Il est dit régulier en élévation si les conditions suivantes sont vérifiées :

- Pas de discontinuité dans le système de contreventement vertical.
- Pas de variation brusque de la rigidité en élévation. De plus, la masse des différents niveaux doit rester constante ou diminuer progressivement.
- Le rapport masse/rigidité de deux niveaux successifs ne doit dépasser 25 % dans chaque direction de calcul.
- Dans le cas de décrochement en élévation, la variation des dimensions en plan de deux niveaux successifs ne doit dépasser 20 % suivant les deux directions de calcul avec $L \leq 1,5 l$ (L : plus grande dimension latérale et l : plus petite dimension du bâtiment).

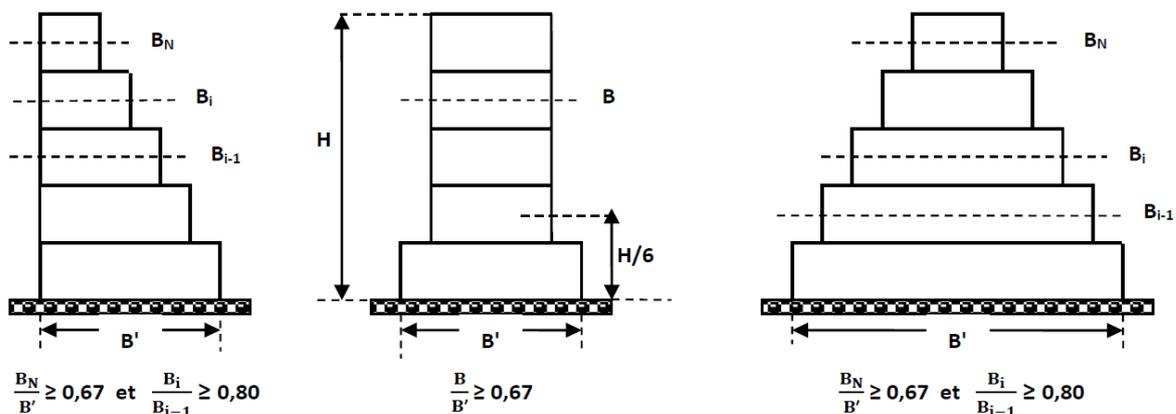


Figure 3.3: Limites de la régularité en élévation

3.2.2. Principe de la méthode

Les forces réelles dynamiques qui se développent dans la construction sont remplacées par un système de forces statiques fictives dont les effets sont considérés équivalents à ceux de l'action sismique.

Le mouvement du sol peut se faire dans une direction quelconque dans le plan horizontal. Les forces sismiques horizontales équivalentes seront considérées appliquées successivement suivant deux directions orthogonales caractéristiques choisies par le projeteur. Dans le cas général, ces deux directions sont les axes principaux de la structure.

3.2.3. Modélisation de la structure

Dans chacune des deux directions de calcul, la modélisation de la structure se fait comme ce qui suit :

- Modèle plan avec des masses concentrées au centre de gravité des planchers.
- Un seul degré de liberté en translation horizontale par niveau sous réserve que les systèmes de contreventement puissent être découplés.
- Rigidité latérale des éléments de contreventement calculée à partir de sections non fissurées pour les structures en béton armé ou en maçonnerie armée.
- Seul le mode fondamental de vibration de la structure est pris en considération pour le calcul de la résultante des forces sismiques.

L'analyse est faite séparément dans chacune des deux directions principales du bâtiment où :

- La structure est représentée par un modèle plan encasté à sa base avec des masses concentrées au niveau des centres de gravité des planchers et un seul degré de liberté en translation horizontale.
- La rigidité latérale des éléments de contreventement vertical est calculée à partir des sections non fissurées.
- Seul le mode fondamental de vibration de la structure est pris en considération.

3.2.4. Calcul de la résultante sismique à la base V

Si les conditions précédentes sont vérifiées, le RPA 99/2003 permet de calculer l'effort tranchant à la base de la construction suivant les deux directions orthogonales par la formule suivante :

$$V = \frac{A D Q}{R} W \quad (3.1)$$

Où,

A : coefficient d'accélération du sol dans une zone donnée et pour une classe de construction donnée caractérisant l'intensité du séisme.

Les valeurs de A sont données par le tableau suivant (RPA99/2003) :

Tableau 3.1: Valeurs de A en fonction du groupe d'usage et de la zone

Groupe d'usage	Zone			
	I	II _a	II _b	III
1A	0,15	0,25	0,30	0,40
1B	0,12	0,20	0,25	0,30
2	0,10	0,15	0,20	0,25
3	0,07	0,10	0,14	0,18

D : facteur d'amplification dynamique moyen tenant compte de l'effet dynamique de la sollicitation sismique sur la construction. Il est fonction de la catégorie du site, du facteur de correction d'amortissement (η) et de la période fondamentale de la structure (T).

R : coefficient de comportement global de la structure dépendant du type de contreventement.

Q : facteur de qualité fonction de l'hyperstatique de la structure, de ses symétries en plan, de sa régularité en élévation et du contrôle en cours de construction.

La valeur de Q est déterminée par la formule suivante :

$$Q = 1 + \sum_1^6 P_q \quad (3.2)$$

P_q est la pénalité à retenir selon que le critère de qualité q est satisfaisant ou non. Sa valeur est donnée au tableau ci-après.

Tableau 3.2: Valeurs des pénalités P_q

Critère de qualité q	P_q	
	Observé	Non observé
Conditions minimales sur les files de contreventement	0	0,05
Redondance en plan	0	0,05
Régularité en plan	0	0,05
Régularité en élévation	0	0,05
Contrôle de la qualité	0	0,05
Contrôle de la qualité de l'exécution	0	0,10

W : poids total de la structure, égal à la somme des poids w_i (poids propre + charges d'exploitation) calculés à chaque niveau (i).

$$W = \sum w_i = \sum (w_{gi} + \beta w_{qi})$$

w_{gi} : poids dû aux charges permanentes et à celles des équipements fixes éventuels, solidaires de la structure.

w_{qi} : charges d'exploitation.

β : coefficient de pondération, fonction de la nature et de la durée de la charge d'exploitation, il est vaut :

- $\beta = 0,20$ pour une charge habitation ou bureau
- $\beta = 0,30$ pour des salles de réunion, d'exposition, de sport, ...
- $\beta = 0,40$ pour des salles de classe, restaurants, ...

Remarque

Dans le cas où la variation des rigidités de la structure dans ses deux directions orthogonales est négligeable (10 à 15 %), on peut admettre qu'elle est sollicitée par la même charge sismique de calcul ($V_x = V_y$).

3.2.5. Estimation de la période fondamentale de la structure

La période fondamentale T de la structure peut être estimée de différentes manières :

- Méthodes exactes : méthode matricielle, méthode des approximations successives de Stoda - Vianello.
- Méthodes approchées : méthode de Rayleigh.
- Méthodes simplifiées : valeurs forfaitaires.

3.2.5.1. Méthodes approchées

1. Méthode de Rayleigh

Cette méthode, déduite de considérations énergétiques, donne des estimations de la période avec une précision de l'ordre de 1 à 8 % par défaut.

Pour cette estimation, les poids P_i des différents niveaux sont supposés concentrés au niveau de chaque plancher (Fig.3.4).

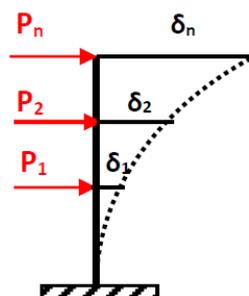


Figure 3.4: Distribution des poids P_i aux différents niveaux

Soient δ_i les flèches subies par la console au droit de chaque plancher sous l'action de ces charges. La valeur de la période de vibration est donnée par :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum P_i \delta_i^2}{g \sum P_i x_i}} \quad (3.3)$$

2. Version simplifiée de la formule de Rayleigh

Cette version, un peu moins précise que la précédente, fait intervenir les déformées f_i de la console sous l'action d'une charge placée à l'extrémité libre de la console.

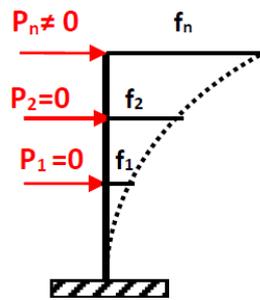


Figure 3.5: Action d'une charge appliquée au sommet d'une console

La valeur de la période de vibration est donnée par :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum P_i \delta_i^2}{g \sum P_i x_i}} \quad (3.4)$$

3.2.5.2. Méthodes simplifiées

1. Méthode simplifiée assez précise

La période est estimée à l'aide de la formule suivante :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{k^4 m h^3}{3000 EI}} \quad (3.5)$$

Où,

k : $0,705 n + 0,3 \rightarrow n$: nombre d'étages

m : masse des étages en tonnes

h : hauteur d'étage en mètre

I : inertie du contreventement en m^4

E : module d'Young en MPa

2. Méthode simplifiée moins précise

À défaut de calculs plus précis, on peut utiliser pour les bâtiments courants à usage d'habitation, les formules empiriques suivantes :

Tableau 3.3: Estimation de la période par des méthodes simplifiées

Nature du contreventement	Période en secondes
Contreventement par mur de maçonnerie ou de béton non armé	$T = 0,06 \frac{H}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{H}{2L+H}}$
Contreventement par voiles en béton armé	$T = 0,08 \frac{H}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{H}{L+H}} \rightarrow$
Contreventement par ossature en béton armé	$T = 0,09 \frac{H}{\sqrt{L}}$
Contreventement par ossature métallique	$T = 0,10 \frac{H}{\sqrt{L}}$
Pour différents types de contreventement	$T = C_t H^{3/4}$

Où,

T : période en secondes

H : hauteur totale en mètre

L : longueur du bâtiment (x ou y) parallèle au séisme

C_t : coefficient fonction du type de contreventement et du remplissage

Remarque

Pour ces formules, il est recommandé de majorer la valeur T obtenue de 25 %.

3.2.6. Distribution de la résultante sismique à la base suivant la hauteur

3.2.6.1. Distribution dans le cas où l'influence des modes supérieurs est négligeable

La répartition de la résultante des forces sismiques engendrées par un déplacement de la base se fait à partir du calcul de la déformée.

À propos de la méthode statique équivalente, le calcul de la déformée correspond au mode fondamental des vibrations propres de la structure. Ce calcul peut être mené de deux façons :

- À l'aide de calculs laborieux comme la dynamique des structures, mais dans ce cas la simplicité, principale avantage de la méthode statique équivalente, est écartée.
- Ou bien de manière approchée en considérant que les déplacements horizontaux suivant les deux directions orthogonales, engendrés par la translation de la base, augmentent linéairement avec la hauteur du bâtiment.

Si on considère que la déformée est linéaire (cas où la méthode statique s'applique), alors :

$$F_i = V \frac{\delta_i m_i}{\sum \delta_j m_j} \quad (3.6)$$

Où,

V : résultante sismique à la base (effort tranchant)

F_i : force horizontale agissant au niveau i

δ_i : déplacement de la masse m_i

δ_j : déplacement de la masse m_j

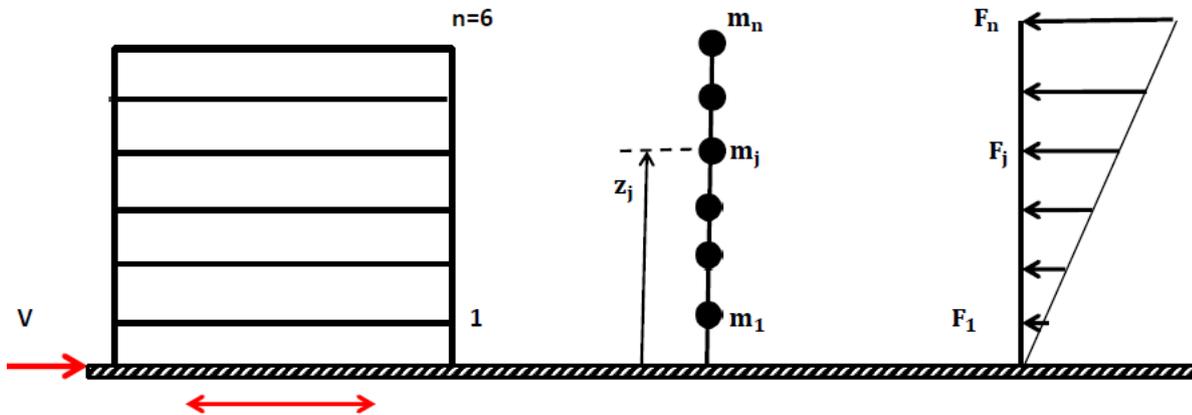
m_i : masse du niveau i

m_j : masse du niveau j

Si les masses sismiques de tous les niveaux sont identiques, la répartition des forces horizontales F_i se ferait suivant la formule :

$$F_i = V \frac{z_i}{\sum z_j} \quad (3.7)$$

Exemple



3.2.6.2. Distribution en tenant compte de l'influence des modes supérieurs

Dans le calcul de la résultante des forces sismiques V par la méthode statique équivalente (monomodale), seul le mode fondamental des vibrations propres de la structure est pris en considération. Si la période T ainsi calculée est supérieure à 0,7 seconde, il faut tenir compte des modes supérieurs en introduisant une force additionnelle F_t au sommet de la structure telle que :

$$F_t = 0,07 T V \rightarrow \begin{cases} T : \text{période fondamentale (secondes)} \\ V : \text{résultante des forces sismiques} \end{cases}$$

Si :

- $T > 0,7 \text{ sec} \rightarrow$ Influence des modes supérieurs non négligeable : $F_t \neq 0$ et $F_t \leq 0,25V$
- $T \leq 0,7 \text{ sec} \rightarrow F_t = 0$

En tenant compte de l'influence des modes supérieurs, la résultante sismique à la base V sera répartie suivant la formule :

$$F_i = (V - F_t) \frac{m_i h_i}{\sum m_j h_j} \quad (3.8)$$

L'effort tranchant au niveau j est donc :

$$T_j = F_t + \sum F_i$$

3.2.6.3. Définition de la hauteur de calcul

En général, les méthodes de calcul simplifiées ont tendance à négliger l'interaction sol-structure puisque les ouvrages sont considérés encastés à leur base, ce qui signifie que le sol est considéré comme infiniment rigide. Autrement dit, les réactions provenant de l'ouvrage ne lui imposent aucune déformation, ce qui veut dire que les déformations du sol ne modifient pas la réponse de

la structure. Cette hypothèse est justifiée si la structure est souple et le sol très rigide. En pratique, lorsque le bâtiment comporte une infrastructure, on prend en compte l'interaction sol-structure d'une manière approximative par le choix d'une hauteur de dimensionnement H définie à partir des hauteurs de l'infrastructure H_i et de la superstructure H_e (Fig.3.6).

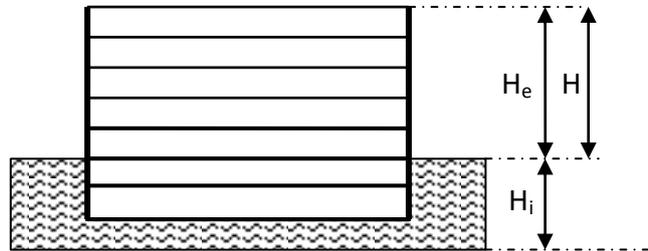


Figure 3.6: Hauteur de calcul dans le cas d'un sol monocouche résistant

Pour un sol monocouche de résistance moyenne ou faible, et pour un sol constitué d'une bicouche, le RPA99/2003 ne donne aucune indication sur la définition de la hauteur à prendre en considération dans les calculs.

3.2.7. Composante verticale de l'action sismique

En plus du calcul aux actions horizontales, il faut tenir compte de la composante verticale de l'action sismique F_v pour le dimensionnement des portes à faux de plus de 1,50 m de long et uniquement en zone de forte sismicité (zone III). Cette composante est égale à :

$$F_v = 0,5 A W_p \quad (3.9)$$

Où,

A : coefficient sismique de zone

W_p : poids propre de l'élément en porte à faux

3.2.8. Stabilité au renversement

Le moment de renversement que peut causer l'action sismique est calculé par rapport au niveau de contact sol-fondation. Quant au moment stabilisant, il est évalué en tenant compte d'un poids total équivalent au poids de la construction et des fondations (éventuellement celui du remblai).

Concernant le coefficient de sécurité, il est généralement pris égal à 1,5 :

$$\frac{M_{stab}}{M_{renv}} \geq 1,5 \quad (3.10)$$

3.2.9. Effet de la torsion d'axe vertical

Les oscillations de torsion d'axe vertical doivent être prises en compte. Ces oscillations peuvent avoir plusieurs origines :

- Structurelle ou excentricité théorique

C'est la distance entre le centre de masse G et le centre des inerties C de la structure.

- Accidentelle

Elle est due à la variabilité spatiale des charges permanentes, distribution défavorable des charges d'exploitation, la rupture aléatoire des éléments non structuraux, etc.

À chaque niveau, et dans chaque direction, la résultante des forces statiques équivalentes a une excentricité par rapport au centre des inerties égale à la plus grande des deux valeurs suivantes :

$$e = \max (e_{th}; e_{ac})$$

Où,

e_{acc} : excentricité accidentelle. Elle est égale à 5 % de la plus grande dimension du bâtiment à ce niveau. Elle doit être prise en compte de part et d'autre du centre de torsion C (Fig.3.7).

e_{th} : excentricité théorique résultant des plans de contreventements.

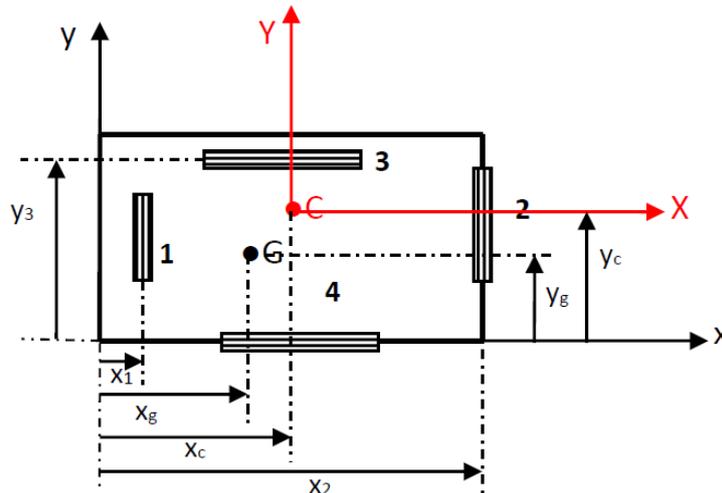


Figure 3.7: Position des centres de masse et de torsion

3.2.10. Exemple d'application de la méthode statique équivalente

Il s'agit de répartir la force sismique aux différents niveaux d'un bâtiment (R+6) contreventé par des refends linéaires, de dimensions en plan 15 x 25 m et comportant 7 niveaux espacés de 3,0 m. Ce bâtiment appartenant au groupe d'usage 2, est situé en zone IIa sur un site meuble S_3 .

Pour Q (coefficient de qualité), on suppose que seuls les deuxième et cinquième critères relatifs à la redondance (< 4 files) et au manque de contrôle de la qualité des matériaux ne sont pas vérifiés.

Le poids d'un niveau est estimé à :

$$w_i = 12 \text{ kN/m}^2$$

Effort tranchant à la base V : $V = \frac{A D Q}{R} W$

A = 0,15 → Zone IIa + groupe d'usage 2

Q = 1,10 → Critères 2 et 5 non observés

R = 3,5 → Contreventement par refends linéaires

D = ?

La période de vibration fondamentale peut être estimée par la formule : $T = C_t H^{3/4}$

$C_t = 0,05$

H = 21,0 m → $T = 0,05 \times 21^{3/4} = 0,49$ sec

Site meuble :

$T_1 = 0,15$ sec

$T_2 = 0,50$ sec → $0 < T < T_2$ → $D = 2,5 \eta$ → $\eta = \sqrt{\frac{7}{2 + \xi}}$

Pour un amortissement $\xi = 10\%$, le coefficient d'amplification dynamique vaut :

$\eta = 0,76$ → $D = 2,5 \times 0,76 = 1,9$

W = ?

$W = L \times l \times n \times w_i = 25 \times 15 \times 7 \times 12 = 31\,500$ kN

L'effort tranchant à la base (suivant les deux directions principales) est :

$V_{\text{long}} = V_{\text{frans}} = \frac{0,15 \times 1,9 \times 1,1 \times 31\,500}{3,5} = 2821,5$ kN

Répartition de V suivant la hauteur

La force à répartir aux différents niveaux est : $V - F_t$

$F_t = 0,07 TV$ → $F_t \leq 0,25 V$

$T = 0,40$ sec < $0,7$ sec → $F_t = 0$

La force au niveau k est :

$F_k = (V - F_t) \frac{m_k h_k}{\sum m_j h_j} = V \frac{m_k h_k}{\sum m_j h_j}$

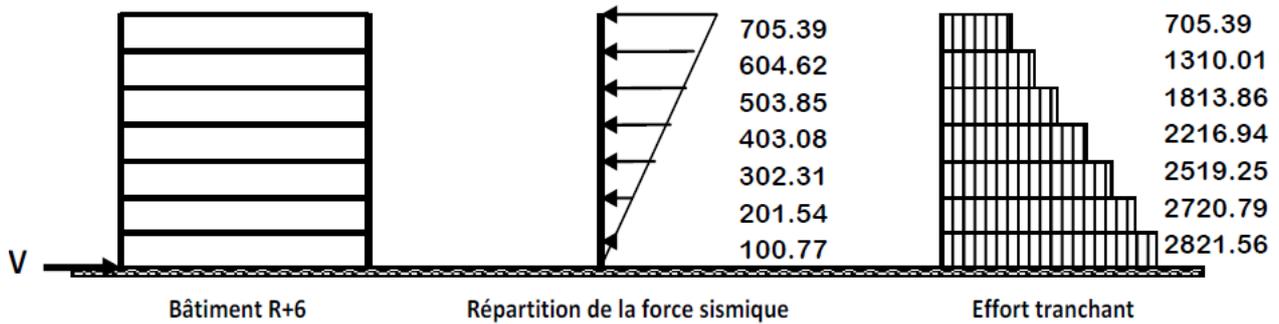
Tous les planchers sont identiques et espacés de 3 mètres, aussi :

$h_k = k \times h$

$\sum m_j h_j = m \sum h_j = mh (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 28 mh$

D'où,

$F_k = 100,77$ k



3.3. CONCLUSION

Le calcul statique à l'aide des coefficients sismiques (A, D, Q, R) est très utilisé en raison des simplifications qu'il apporte par rapport au calcul dynamique. Ces coefficients sont relativement faibles, de l'ordre de 0,1 à 0,2. Pour cet ordre de grandeur, les accélérations correspondantes varient de 1 à 2 m/s^2 . Ces accélérations ne correspondent pas à des séismes majeurs. Cela revient donc à vérifier la résistance de la structure pour résister à un effort tranchant à la base V représentant 10 à 20 % du poids de la structure. Ce type de calcul cible un degré de protection minimale compte tenu de l'effort V pris en considération dans les calculs. Par conséquent, il ne peut pas s'appliquer aux structures qui exigent une sécurité élevée. Mais, sous réserve que la structure présente des capacités suffisantes de ductilité, la vérification de la stabilité sous un effort statique de 10 à 20 % suffit généralement à obtenir un comportement sismique satisfaisant (dégâts structuraux limités) vis-à-vis de plus fortes secousses, de l'ordre de 3 m/s^2 , voire plus.

Pour cette raison, l'utilisation de cette méthode doit être accompagnée d'une application rigoureuse des dispositions constructives assurant à la structure une ductilité suffisante et une capacité à dissiper l'énergie transmise lors d'un séisme majeur,

À ce propos, il faut signaler qu'au Japon, *le calcul statique est obligatoire*, même pour les ouvrages à risque spécial (centrales nucléaires, ...) pour lesquels *le calcul dynamique, souvent très élaboré, est obligatoire*. La raison de ce maintien est que l'approche par le calcul statique est considérée comme validée par l'expérience compte tenu du nombre de bâtiments ainsi calculés qui ont bien résistés à de séismes majeurs.

La principale faiblesse de ce type de calcul est qu'il ne permet pas de détecter les zones sensibles de la structure où des accumulations de contraintes peuvent se produire dans des situations dynamiques.